ЗАДАНИЯ

для проведения школьной олимпиады

по учебному предмету «Математика»

VI класс

**Задание 1**

Миша и Саша играют в «морской бой» на поле размером 8х8 по следующим правилам: Саша расставляет 16 одноклеточных кораблей так, чтобы они не соприкасались (даже углами). Каждым ходом Миша называет одну из клеток поля. Если на этой клетке стоит корабль, то корабль считается уничтоженным. Сможет ли Миша за 4 хода уничтожить хотя бы один корабль независимо от расстановки кораблей.

**Решение**

Разрежем поле для игры на 16 квадратов размером 2 х 2. Заметим, что в каждом таком квадрате не может стоять более одного корабля (иначе корабли будут соприкасаться). Так как всего кораблей 16, то в каждом квадрате должен стоять корабль. Таким образом, Мише достаточно полностью уничтожить один из этих квадратов.

**Ответ:** сможет.

**Задание 2**

Имеются три числа, которые можно заменять по следующим правилам: числа *а, b* и *с* стираются и вместо них записываются , и . Можно ли из чисел 101, 73, 125 получить 77, 79 и 83?

**Решение**

Посмотрим, как меняется сумма чисел: было *a+b+c*, а стало … вместо них записываются + + = – не изменилась. Но 101 + 73 + 125 = 299, а 77 + 79 + 83 = 239 – суммы исходной и конечной тройки разные. Поэтому из одной тройки чисел нельзя получить другую.

**Ответ:** нельзя.

**Задание 3**

Найдите наименьшее натуральное число n, у которого имеются два различных делителя, отличных от 1 и n, сумма которых равна 135.

**Решение**

Пусть и – данные два делителя. Без нарушения общности будем считать, что 1<<<n. Тогда – натуральные числа, причем и . Поэтому и . Следовательно, 135=+≤ + = , или

*5n ≥ 135⋅6*, т.е. *n ≥ 27⋅6=162.*

С другой стороны, число n=162 удовлетворяет условию задачи, так как у него есть делители 54 и 81, сумма которых равна 135.

**Ответ:** 162.

**Задание 4**

Петя написал на гранях кубика натуральные числа от 1 до 6. Лариса кубика не видела, но утверждает, что:

1. у этого кубика есть две соседние грани, на которых написаны соседние числа;

2. таких пар соседних граней у кубика не меньше двух.

Права ли Лариса в обоих случаях? Почему?

**Решение:**

В наборе натуральных чисел от 1 до 6 можно найти пять пар соседних чисел: 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4, 4 и 5, 5 и 6. Каждая такая пара может быть написана либо на двух соседних гранях кубика, либо на двух противоположных. Но пар противоположных граней у кубика всего три. Поэтому их могут занимать не более трех пар соседних чисел. Значит, по крайней мере две такие пары занимают соседние грани. Следовательно, можно утверждать, что Лариса права в обоих случаях.

**Ответ:** права в обоих случаях.

**Задание 5**

Взрослый кенгуру прыгает за 1 с на 3 м, а маленький – прыгает за 0,5 с на 1 м. Они одновременно стартовали по шоссе от одной развилки дорог до другой. Сколько секунд будет взрослый кенгуру ждать малыша у второй развилки, если расстояние между развилками 240 м?

**Решение:**

1. 240 : 3 = 80 (с) – скакал взрослый кенгуру.

2. 80 ∙ 2 = 160 (м) – проскачет маленький кенгуру за 80 с (за 1 с он прыгает на 2 м).

3. 240 – 160 = 80 (м) – осталось проскакать кенгуру, когда взрослый кенгуру будет уже у второй развилки.

4. 80 : 2 = 40 (с) – взрослый кенгуру будет ждать малыша у второй развилки.

**Ответ:** 40 с.

**Критерии оценивания выполнения заданий**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Правильность (ошибочность) решения |
| 8 | Полное верное решение. |
| 6 - 7 | Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение. |
| 4 - 5 | Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| 2 - 3 | Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи. |
| 0 - 1 | Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют. |
| 0 | Решение отсутствует. |